

# Concetti Introduttivi alla Teoria delle Stringhe\*

Paolo Fabbri

26 giugno 2017

## Sommario

### **English.**

Known physics is described by a theory (the standard model), which concerns the behaviour of many fields. For coherence with quantum mechanics, the classical theory of these fields is replaced by one, which takes into account their particle nature. One puts the problems to unify the fields of the standard model, and to find a satisfactory theory of gravitation, that the standard methods have many difficulties to quantize. Seemingly, string theory solves both these problems, but it also is not free from serious complications, that are intrinsic to field quantization.

### **Italiano.**

La fisica finora nota è descritta da una teoria (modello standard), che si occupa del comportamento di numerosi campi. Per coerenza con la meccanica quantistica, la teoria classica di questi campi viene sostituita da una, che tiene conto della loro natura corpuscolare. Si pongono i problemi di unificare i campi del modello standard, e di trovare una teoria soddisfacente della gravitazione, che i metodi usuali hanno difficoltà a quantizzare. Apparentemente, la teoria delle stringhe risolve entrambi questi problemi, ma anch'essa non è immune da serie complicazioni, intrinseche alla quantizzazione dei campi.

---

\*<http://pfabbri.interfree.it/string.pdf>

# Indice

<b>1</b>	<b>Il modello standard</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Quantizzazione dei campi</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Al di là del modello standard</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Avvertimenti</b>	<b>11</b>

## 1 Il modello standard

La fisica finora nota è ottimamente rappresentata da una teoria, chiamata modello standard [5] [1] [2] [3] [11], che descrive il comportamento e le interazioni di un certo numero di campi: gravitazionale, elettrodebole di isospin, elettrodebole di ipercarica, gluonico, nove campi leptonici, nove campi associati ai quark, e un campo di Higgs. Per l'applicazione alla cosmologia, bisogna, forse, aggiungerne altri, associati agli inflatoni e alla materia oscura.

Quasi tutti questi campi possiedono più componenti, che si cambiano, l'una nell'altra, in seguito a trasformazioni che sono simmetrie della teoria, cioè che la lasciano immutata. Ciò è analogo alle componenti di un vettore, che si trasformano l'una nell'altra, in seguito ad una rotazione del sistema di riferimento, che è una simmetria di tutte le leggi fisiche ("isotropia" dello spazio). Poichè lo spazio è isotropo, anche ruotare il vettore, anzichè il sistema di riferimento, muta le sue componenti, ma non le sue proprietà. Non si può dire che il vettore, orientato lungo una direzione diversa, costituisca un'altra entità. Esso è sempre lo stesso, osservato da un altro punto di vista.

Allo stesso modo, componenti diverse, di uno stesso campo, possono sembrare campi diversi, ma sono la stessa entità. È quanto accade ai campi elettrici e magnetici all'interno del campo elettromagnetico, al campo elettromagnetico e ai campi deboli all'interno dei campi elettrodeboli, ai campi associati ai neutrini e ai loro leptoni nel campo leptonico sinistrorso. Si vede, quindi, che le simmetrie possono essere sfruttate per unificare i campi. Affinchè, però, entità che sono in realtà la stessa, ci appaiano diverse, è necessario che vi sia un meccanismo che "rompa" la simmetria. Nel caso dei campi elettrici e magnetici esso è costituito dalle basse velocità ordinarie, che nascondono i fenomeni di induzione elettromagnetica. Nel caso della rottura delle simmetrie elettrodeboli, dal fatto che, quando l'energia diventa sufficientemente piccola, il campo di Higgs è costretto a scegliere di assumere, nel vuoto, un certo valore. I valori possibili rispettano, nel loro insieme, le

simmetrie, ma quando, a caso, uno di essi viene privilegiato, la teoria non è più, apparentemente, simmetrica.

Le simmetrie forniscono anche un modo naturale per generare le interazioni. Si consideri la relatività ristretta. Essa può essere pensata come la simmetria, delle leggi fisiche, per le trasformazioni di Lorentz. Queste ultime sono rotazioni, nello spazio-tempo, di un angolo che è lo stesso ovunque, e sono, perciò, chiamate trasformazioni “globali”. Se crediamo al principio di relatività, limitarlo ai sistemi “inerziali” sembra insufficiente. Siamo perciò indotti a postulare l’invarianza, delle leggi fisiche, per trasformazioni di coordinate qualunque, cioè per roto-traslazioni, i cui parametri variano, in modo arbitrario, da un punto all’altro dello spazio-tempo, e sono perciò dette trasformazioni “locali”. Non appena il principio di relatività, da ristretto, diventa generale, insorge una interazione: la gravità. Allo stesso modo, quando una qualunque simmetria, da globale, viene promossa a locale, si generano interazioni. È quanto accade per la maggior parte delle interazioni del modello standard.

Le teorie, che sfruttano questo meccanismo, sono dette “di gauge”, perchè, effettuare una trasformazione di simmetria locale, corrisponde a cambiare il gauge in cui si sta operando. In tutte queste teorie, come per il potenziale vettore in elettromagnetismo, le variabili sono ridondanti rispetto alla situazione fisica che si vuole descrivere. Anche l’elettromagnetismo è una teoria di gauge (forse la più semplice).

Le simmetrie locali (o “di gauge”) del modello standard sono: quella per cambiamento di coordinate (o diffeomorfismi), e tre chiamate, per ragioni tecniche,  $U(1)$ ,  $SU(2)$ ,  $SU(3)$ . Le interazioni, o forze, corrispondenti sono, rispettivamente, quella gravitazionale, quella elettrodebole di ipercarica, quella elettrodebole di isospin, e quella forte. I campi mediatori di tali forze (campi “di gauge”) sono il campo gravitazionale, quello elettrodebole di ipercarica, quello elettrodebole di isospin, e quello gluonico. I campi leptonic, quelli associati ai quark e quello di Higgs si trasformano, anch’essi, in seguito a tutte o parte delle trasformazioni di simmetria, e subiscono le forze corrispondenti. Non sono, però, in senso tradizionale, i mediatori di tali forze. Il campo di Higgs interagisce, anche, con quelli leptonic e quelli associati ai quark, mediante forze non derivabili da un principio di simmetria.

Per coerenza con la meccanica quantistica, è necessario sostituire la teoria classica dei campi (onde) che abbiamo citato, con qualcosa che tenga conto della loro natura corpuscolare.

## 2 Quantizzazione dei campi

La teoria classica di un campo ci fornisce, per esso, delle equazioni alle derivate parziali (“equazioni del moto”), che permettono di determinarne l’evoluzione temporale, e gli eventuali vincoli che le condizioni iniziali debbono soddisfare.

Per quantizzare una tale teoria, l’idea più diretta [4] ... [15], Appendix A di [36] è cercare di ricavare queste equazioni da un principio di minima azione, con una lagrangiana funzionale dei campi e delle loro derivate temporali, e dedurre da esso una hamiltoniana, funzionale dei campi e dei momenti ad essi coniugati. Traducendo, quindi, i campi in operatori moltiplicativi, e i momenti in derivate funzionali rispetto ai campi, si ottiene un operatore hamiltoniano, che può agire su un funzionale d’onda per determinarne l’evoluzione temporale.

Nella pratica, conviene sviluppare i campi e i loro momenti coniugati in integrale di Fourier, e, dalle loro relazioni di commutazione, dedurre quelle per i coefficienti di Fourier. Essi risultano, così, essere operatori di creazione e annichilazione, che si possono pensare come creatori o distruttori di particelle (quanti del campo). L’interpretazione corpuscolare del campo, caratteristica della meccanica quantistica, è così ritrovata. La hamiltoniana libera (cioè privata di termini che rappresentano interazioni) è in accordo con la relazione di de Broglie per l’energia, e, se si calcola la quantità di moto associata al campo, anch’essa corrisponde all’altra relazione di de Broglie.

Sostituendo, quindi, nella hamiltoniana (completa dei termini di interazione), ai campi e ai momenti, il loro sviluppo di Fourier, si ottiene un operatore costruito con creatori e annichilatori, che, agendo sul vettore di stato del sistema, crea nuove particelle, ne distrugge di vecchie, o semplicemente ne cambia la quantità di moto, il tutto con determinate ampiezze di probabilità. In questa variazione, del numero, del tipo e della quantità di moto delle particelle, sta l’evoluzione quantistica del sistema.

Tutto questo è valido in linea di principio, ma, mettendolo in pratica, bisogna affrontare serissimi ostacoli [16]:

1. Nella maggior parte delle teorie di interesse pratico, in particolare nelle teorie di gauge, la lagrangiana non contiene la derivata rispetto al tempo di alcuni campi. Ciò implica che i momenti coniugati a tali campi si annullano. Questo, da un lato, impedisce di soddisfare la regola di commutazione canonica tra tali momenti e i campi ad essi coniugati, dall’altro, rende mal definita la hamiltoniana, in quanto non è possibile invertire l’espressione dei momenti, per ricavare le derivate temporali dei campi, da inserire nella hamiltoniana. Anche per altre

vie, non si riesce, di solito, a scrivere una hamiltoniana, da cui discendano equazioni di Hamilton interamente coerenti con le equazioni lagrangiane.

2. All'atto di tradurre la hamiltoniana classica in un operatore quantistico, vi è ambiguità nella scelta dell'ordine dei fattori nei vari termini, in quanto gli operatori quantistici possono non commutare.

Questo problema è, in linea di principio, molto grave [17], in quanto un qualunque operatore  $F(q, p)$ , con  $p$  momento coniugato a  $q$ , può essere riscritto

$$F(q, p) - \frac{i}{\hbar}(qp - pq)G(q, p), \quad (1)$$

con  $G(q, p)$  operatore arbitrario. Cambiando l'ordine dei fattori, la (1) diventa

$$F(q, p) - \frac{i}{\hbar}(qp - pq)G(q, p) = F(q, p) + G(q, p), \quad (2)$$

e differisce da  $F(q, p)$  per un operatore arbitrario. È quindi possibile, cambiando solo l'ordine dei fattori, trasformare un operatore in un qualunque altro.

Le richieste che il termine che si sta scrivendo abbia le giuste simmetrie, il corretto limite classico e sia hermitiano, unitamente al rasoio di Occam (il principio filosofico, secondo cui, dei fenomeni, bisogna cercare la spiegazione più semplice), permettono di ridurre le possibilità. Non sono però sufficienti, di solito, a risolvere il problema.

Nell'approccio mediante "integrale sui cammini", questa ambiguità è sostituita da quella sulla scelta della misura dell'integrale stesso.

3. Le ampiezze di transizione, da uno stato a un altro, calcolate all'ordine perturbativo più basso, nei parametri della teoria, che regolano le interazioni (costanti "di accoppiamento"), danno risultati facilmente interpretabili. Ma le correzioni successive generano, oltre a vere correzioni delle ampiezze, correzioni ai valori efficaci dei parametri (cariche elettriche, masse, ...). Queste ultime correzioni risultano, di solito, infinite. Per avere il valore finito, osservato sperimentalmente, bisogna quindi supporre che i valori veri ("nudi"), dei parametri, siano anch'essi infiniti e opposti alle correzioni, in modo da compensarle e lasciare una differenza finita ("rinormalizzazione"). Queste differenze sono fissate dai valori sperimentali.

Purtroppo, come correzione, possono insorgere anche termini, con la loro costante moltiplicativa infinita, non presenti nella lagrangiana originaria. Per essi, non sappiamo quanto debba valere il parametro osservabile sperimentalmente. La sua presenza è da considerarsi un punto, che la teoria lascia indeterminato. Più sono tali punti, minore è il potere predittivo della teoria stessa, e meno essa è attraente come teoria fondamentale (in quanto viziata da molte arbitrarietà). In certi casi, il numero dei parametri, che rimangono indeterminati, può, addirittura, essere infinito. In questo caso, si dice, forse impropriamente, che la teoria non è rinormalizzabile.

4. I valori infiniti dei parametri, che richiedono rinormalizzazione, provengono da integrali sulle quantità di moto delle particelle, che divergono nella regione delle grandi quantità di moto. Per effettuare la rinormalizzazione è necessario, preventivamente, rendere finiti tali integrali, tagliando, in qualche modo, il loro estremo superiore. Al termine del processo, tale taglio verrà eliminato, restituendo la teoria originaria. Il metodo, con cui si rendono finiti questi integrali, prende il nome di “regolarizzazione”. Esistono diversi tipi possibili di regolarizzazione, e anche la scelta di un regolatore piuttosto che un altro influenza, apparentemente, i risultati della teoria.
5. Non è detto che le simmetrie, presenti nella teoria classica, vengano preservate nel passaggio al quantistico, e alcune di esse, come quella di Lorentz o quelle di gauge, rappresentano principi fisici nei quali crediamo.

Il problema 1 (mancanza delle derivate temporali di alcuni campi nella lagrangiana) viene affrontato fissando il gauge, o realizzando i vincoli, presenti in questi casi, tra le variabili dinamiche. Queste operazioni, nel caso quantistico, non sono, però, semplici da comprendere, e, a volte, da mettere in pratica.

La presenza delle simmetrie (problema 5), qualora non siano manifeste, va testata (non senza fatica) sulla teoria ottenuta, e può essere confermata o meno. Se la simmetria cade, e ad essa non si può rinunciare, la teoria, se possibile, dovrebbe essere scartata.

Le ambiguità, provenienti dall’ordinamento dei fattori o dalla misura dell’integrale sui cammini (problema 2), e dalla scelta del regolatore (problema 4), possono essere assorbite nel valore dei parametri osservabili all’atto della rinormalizzazione (problema 3).

Il problema 3 si risolve, se si pretende che la teoria sia manifestamente rinormalizzabile, e se il suo limite classico permette di fare ciò. Infatti, il

numero di tali teorie è limitato. Variando pochi parametri, determinabili sperimentalmente, si ottengono tutte le teorie quantistiche compatibili con le simmetrie date e con il corretto limite classico.

Il modello standard è, in assenza di gravità, manifestamente rinormalizzabile. La gravità, purtroppo (o per fortuna), non lo è.

Spesso, se si riesce ad ideare una teoria che non ha bisogno di rinormalizzazione, ricompaiono le ambiguità di ordinamento.

### 3 Al di là del modello standard

Alla luce dei due paragrafi precedenti, si pongono i problemi di unificare i campi che il modello standard lascia ancora scorrelati, e di trovare una teoria quantistica soddisfacente della gravitazione.

Generalizzando  $U(1)$ ,  $SU(2)$  e  $SU(3)$  ad una simmetria che le includa come caso particolare, è possibile unificare i campi elettrodeboli di ipercarica, elettrodeboli di isospin e gluonico [1] [18] [3]. Essi diventano componenti di un nuovo, più generale, campo di gauge, del quale fanno parte anche componenti non presenti nel modello standard. Anche i campi leptonici vengono unificati ai campi associati ai quark. La nuova simmetria può essere di vari tipi (alcuni nomi sono  $SU(5)$ ,  $SO(10)$ ,  $E6$ ), e deve essere rotta con un meccanismo analogo a quello per le simmetrie elettrodeboli ( $U(1)$  e  $SU(2)$ ). Occorre, per questo, aggiungere nuovi campi di Higgs.

Questo quadro prende il nome di “grande unificazione”.

L’unificazione di tutti i campi, in un’unica entità, è più difficile, ed è detta “superunificazione” o “teoria del tutto”.

Iniziamo col cercar di legare anche la gravità agli altri campi di gauge.

La strada più promettente è ipotizzare che essa sia l’unico campo di gauge realmente esistente, ma che le dimensioni dello spazio-tempo siano in numero maggiore delle quattro conosciute. Le dimensioni in eccesso non vengono osservate, perchè, nelle direzioni lungo di esse, lo spazio-tempo si incurva a formare un sottospazio di estensione piccolissima (“spazio interno”). Solo lungo quattro direzioni, lo spazio-tempo si estende all’infinito o quasi. Si pensi, come esempio, ad uno spazio bidimensionale, chiuso su se stesso a formare la superficie di un cilindro indefinito. Se la circonferenza, base del cilindro, ha raggio sufficientemente piccolo, il cilindro ci appare come una retta, unidimensionale anzichè bidimensionale.

Nel passaggio alla configurazione descritta (“compattificazione” o “riduzione dimensionale”), alcune delle componenti del campo gravitazionale si distinguono da esso, e vanno a formare campi di gauge d’altro tipo, le cui simmetrie dipendono dalle simmetrie dello spazio interno. Se esso è una

circonferenza, la simmetria è  $U(1)$  e può rendere conto, ad esempio, dell'elettromagnetismo, che ha la stessa simmetria del campo elettrodebole di ipercarica. Le componenti del campo gravitazionale, che si distinguono, sono quelle che hanno un indice corrispondente alle direzioni dello spazio interno. Esse ci appaiono, dal punto di vista quadridimensionale, come vettori. Nel processo, si distinguono anche le componenti che hanno entrambi gli indici lungo le direzioni interne. Esse ci appaiono come scalari, e possono originare campi di Higgs, inflatonici, o altro.

La compattificazione può essere considerata una rottura di simmetrie.

Può sembrare improbabile, che l'universo abbia assunto la forma di un filamento così lungo e sottile, ma se un filamento, di ridotte dimensioni, si è formato, per fluttuazione casuale, all'origine dell'universo, in esso sarebbero valse le leggi fisiche quadridimensionali note. Perciò, esso si sarebbe espanso, fino alle dimensioni attuali, nel modo che conosciamo.

Per ora, l'unica variabile, del meccanismo descritto (detto “di Kaluza-Klein”) [19] [20] [34], è la forma dello spazio interno. Essa può, già, dare origine a svariate possibilità, ma, nella teoria che stiamo introducendo, si aggiungono anche altre entità: “brane”, “flussi”. Esse fanno sì, che il numero di risultati possibili sia enorme, e, praticamente, qualunque teoria quadridimensionale possa essere ottenuta. Poichè il modello standard ha alcune proprietà, a prima vista poco probabili, e necessarie per l'esistenza della vita, si pensa che un gran numero di bolle di universo si siano formate, e continuino a formarsi, per fluttuazione casuale, ciascuna con le sue leggi fisiche apparenti, e che noi abitiamo una delle poche compatibili con la vita (“principio antropico”) [21] [22] [23] [24]. La continua formazione delle bolle, e la loro successiva espansione, da regioni di dimensioni microscopiche a regioni enormi, che ci appaiono come universi distinti, è in accordo con le leggi fisiche e con la teoria dell'“inflazione” [25] [26], che pare confermata da certi esperimenti [25].

Rimangono da unificare, al campo gravitazionale, i campi leptonici e quelli associati ai quark. Le particelle, ad essi corrispondenti, sono fermioni, mentre i campi di gauge e i campi scalari sono associati a bosoni. L'unificazione si completa, introducendo una simmetria (“supersimmetria”) [27] [28] [18], Appendix B di [36] che trasforma fermioni in bosoni e viceversa. Quando essa è resa locale, si scopre, che forma un'unica simmetria con i diffeomorfismi (non può esistere da sola). Pertanto, il campo di gravità è una componente del suo campo di gauge. Quest'ultimo ha anche una componente fermionica, le cui particelle sono dette “gravitini”. È notevole il fatto, che la supersimmetria non introduca un nuovo campo di gauge, che non si sa come unificare alla gravità, ma vada a sposarla in modo naturale.

La supersimmetria locale è detta “supergravità” [18] [29] [30], e la particella associata al suo campo di gauge, con tutte le sue componenti, “super-



gravitone”.

Quando si compattifica la supergravità, oltre ai campi bosonici già citati, si generano anche, per la presenza dei gravitini, campi fermionici, che possono render conto dei fermioni, esistenti nel modello standard.

Anche la supersimmetria deve essere rotta, e vi sono vari meccanismi per fare ciò, senza aggiungere nuovi campi.

La grande unificazione e la superunificazione producono effetti nuovi alle alte (o altissime) energie, mentre alle basse è valido il modello standard.

Un'apparente debolezza, di questo quadro, è che il numero delle dimensioni dello spazio-tempo è un parametro arbitrario della teoria (anche se taluni argomenti indicherebbero, in 11, il numero massimo, e 11 pare anche il numero minimo per poter realizzare il modello standard [31]). Inoltre, anche la supergravità non è manifestamente rinormalizzabile.

Per affrontare il problema della rinormalizzabilità, osserviamo che un oggetto puntiforme, carico rispetto ad un determinato campo, produce attorno a sé una certa configurazione del campo stesso, che si riduce rapidamente allontanandosi dalla carica, mentre, avvicinandosi, cresce, fino a creare, di solito, in corrispondenza della carica stessa, una singolarità. Nel caso della gravità, tale configurazione è un buco nero. Esso esiste anche in assenza di una carica (massa) materiale che lo crei, purchè sia presente la singolarità del campo. Ha inoltre tutte le proprietà di un corpo massivo: attrae gli altri corpi con una forza corrispondente alla massa associata al suo campo, e si muove di moto rettilineo uniforme finchè non è, a sua volta, attratto da altre masse. Le particelle elementari (quanti dei campi) sono puntiformi. Appare quindi, che, se sono dotate di massa, esse possono essere considerate buchi neri.

Oltre a configurazioni dei campi, corrispondenti ad oggetti puntiformi, esistono anche configurazioni corrispondenti ad oggetti estesi: unidimensionali, cioè filamenti, bidimensionali, cioè superfici, ecc.. Poichè un oggetto bidimensionale può essere chiamato “membrana”, queste entità sono dette “brane”, o “ $p$ -brane”, dove  $p$  è il numero delle dimensioni dell'oggetto. Così, un punto è una 0-brana, un filamento (“stringa”) è una 1-brana, una membrana è una 2-brana, ecc..  $p$  può assumere qualunque valore minore o uguale alle dimensioni dello spazio.

Anche il centro di massa di una brana si muoverà di moto rettilineo uniforme, finchè non intervengono interazioni, e, se essa è sufficientemente piccola per apparire puntiforme, può, a sua volta, essere considerata una particella. Mentre l'unico grado di libertà di un punto è la sua posizione, un oggetto esteso può cambiare forma. In base ad essa, e alle velocità relative delle sue parti, può quindi presentarsi in stati diversi, che si comporteranno come particelle diverse.

Anche la supergravità prevede soluzioni, che descrivono brane delle varie dimensioni. È dunque possibile che il supergravitone vada cercato tra gli stati di una di queste brane.

Abbiamo detto che gli infiniti, da rinormalizzare, provengono da integrali, che divergono nella regione delle quantità di moto tendenti a infinito, cioè delle lunghezze d'onda tendenti a zero. Se le particelle sono, in realtà, oggetti estesi, la loro lunghezza caratteristica può fornire un limite inferiore, cioè un taglio, a tali lunghezze d'onda. Infatti, la particella, distribuita, per così dire, sulla lunghezza caratteristica ( $l_s$ ), sentirà, mediati su tale lunghezza, tutti gli effetti. I campi di lunghezza d'onda molto minore di  $l_s$ , oscilleranno molto rapidamente, annullandosi nella media. Dunque, la teoria potrebbe, in realtà, essere “finita”, cioè priva di divergenze.

Si pone dunque il problema, di studiare le varie brane, per determinare i loro stati e le loro interazioni, e verificare se è possibile ritrovare il supergravitone, e se la teoria è realmente finita.

Il primo caso con cui conviene cimentarsi è quello della stringa, perchè molto più semplice, da studiare, delle brane con un numero di dimensioni maggiore.

Le brane, della supergravità, possono essere di un particolare tipo, detto “ $\frac{1}{2}$  BPS” [32] [33], che gode di speciali proprietà di simmetria e di stabilità.

Scelta, tra tutte le brane, la stringa, e, tra le stringhe, quelle  $\frac{1}{2}$  BPS, si scoprono i seguenti fatti:

1. Il supergravitone fa parte dello spettro degli stati della stringa.
2. Fin dove è stato possibile effettuare calcoli, la teoria non mostra divergenze.
3. La teoria è consistente solo in uno spazio-tempo con 10 dimensioni.

Pare dunque che la teoria delle stringhe  $\frac{1}{2}$  BPS [34] . . . [39] risolva sia il problema della apparente non rinormalizzabilità della supergravità, sia quello dell'arbitrio nella scelta del numero di dimensioni dello spazio-tempo. Non deve scoraggiare il fatto che, essendo 10 minore di 11, la teoria sembra insufficiente a contenere il modello standard. Infatti, la teoria delle stringhe possiede elementi nuovi rispetto alla supergravità tradizionale.

Un arbitrio sembra rimanere, nel fatto, che possono essere formulate almeno 5 diverse teorie delle stringhe in 10 dimensioni, corrispondenti ad altrettante, diverse, supergravità. Ma, secondo certi argomenti, esse sarebbero tutte descrizioni diverse di un'unica teoria.

Il numero delle brane  $\frac{1}{2}$  BPS è contenuto. Vi sono tentativi di studiare tali brane [40] [41], che sembrano indicare, che, oltre alle stringhe in 10

dimensioni, solo la membrana in 11 dimensioni possiede supergravitoni nel suo spettro. Secondo gli argomenti già citati, anche la membrana in 11 dimensioni appartiene a un'altra, diversa, descrizione della stessa teoria delle stringhe.

Un'analisi completa richiederebbe di studiare anche le brane non  $\frac{1}{2}$  BPS e anche spazi-tempo con un numero di dimensioni temporali diverso da 1.

## 4 Avvertimenti

Lo studio della stringa viene fatto applicando, alla lagrangiana che descrive il suo moto, i metodi della teoria quantistica dei campi.

Non intendo dissuadere il lettore dallo studio di questa materia, ma lo metto in guardia, che le difficoltà elencate nel paragrafo 2 (insieme ad altre) rendono tutt'altro che semplice dimostrare che i risultati consensualmente accettati siano giusti. Io ho persino dubitato che i principi noti siano sufficienti per fare ciò, e, attualmente, preferisco accontentarmi della possibilità di calcolare le ampiezze di transizione, all'ordine perturbativo più basso, nella supergravità (forse 11-dimensionale). Ciò corrisponde a processi di energia non troppo elevata, ed è già un traguardo notevole, in attesa che, in linea di principio, gli esperimenti fissino gli altri infiniti parametri necessari per completare la teoria. In realtà, questo, probabilmente, non avverrà mai, date le altissime energie necessarie.

È giusto ricordare, che, oltre alla teoria delle stringhe, esistono altri approcci, anch'essi non immuni da difficoltà, alla quantizzazione della gravità. Tra essi, quelli a me noti sono la gravità quantistica "a loop" [42] e la quantizzazione "precanonica" [43] [44] [45].

## Riferimenti bibliografici

- [1] G. Börner, *The Early Universe; Facts and Fiction*, Springer-Verlag (1988)
- [2] *Enciclopedia della Fisica*, a cura R. Fieschi, ISEDI (1976); vol. II, sezione 12: *Particelle elementari*, Giuseppe Marchesini, Sergio Ratti, Domenico Scannicchio.
- [3] A. Garrett Lisi, *An Exceptionally Simple Theory of Everything* (2007), arXiv:0711.0770v1 [hep-th]
- [4] *Enciclopedia della Fisica*, a cura R. Fieschi, ISEDI (1976); vol. I, sezione 8: *Meccanica quantistica*, Fiorenzo Duimio.

- [5] F. Mandl and G. Shaw, *QUANTUM FIELD THEORY*, John Wiley & Sons (1984).
- [6] V. Parameswaran Nair, *Quantum Field Theory; A Modern Perspective*, Springer (2005).
- [7] *Enciclopedia delle Scienze Fisiche*, Istituto della Enciclopedia italiana “G. Treccani” (Roma) (1995): *gauge, teorie di*, Massimo Testa.
- [8] David Tong, *Quantum Field Theory* (2006 and 2007), <http://www.damtp.cam.ac.uk/user/tong/qft.html>
- [9] Michael Luke, *PHY2403F Lecture Notes* (2011), <http://www.physics.utoronto.ca/~luke/PHY2403/References.html>
- [10] Michael Luke, *PHY 2404S Lecture Notes* (2003), <http://www.physics.utoronto.ca/~luke/PHY2403/References.html>
- [11] P. J. Mulders, *Quantum Field Theory* (2011), <http://www.nat.vu.nl/~mulders/QFT-0.pdf>
- [12] Bryce S. DeWitt, *Quantum Theory of Gravity. I. The Canonical Theory*, Physical Review 160 (1967), pagg. 1113-1148.
- [13] Bryce S. DeWitt, *Quantum Theory of Gravity. II. The Manifestly Covariant Theory*, Physical Review 162 (1967), pagg. 1195-1239.
- [14] Bryce S. DeWitt, *Quantum Theory of Gravity. III. Applications of the Covariant Theory*, Physical Review 162 (1967), pagg. 1239-1256.
- [15] J. W. van Holten, *Aspects of BRST Quantization* (2002), arXiv:hep-th/0201124v1
- [16] Paolo Fabbri, *UN APPROCCIO MANIFESTAMENTE COVARIANTE ALLA TEORIA QUANTISTICA DEI CAMPI* (2016), <http://pfabbri.interfree.it/covar.pdf>  
Questo articolo contiene gravi errori, ma può essere utile per un'introduzione alla teoria quantistica dei campi.
- [17] Karel V. Kuchař, *Canonical quantum gravity* (1993), arXiv:gr-qc/9304012v1 (pagg. 15 e 16)
- [18] Robindra N. Mohapatra, *Unification and Supersymmetry; The frontiers of Quark-Lepton Physics*, Springer-Verlag (1986)

- [19] Chris Pope, *Kaluza-Klein Theory*,  
<http://faculty.physics.tamu.edu/pope/ihplec.pdf>
- [20] J. M. Overduin, P. S. Wesson, *Kaluza-Klein Gravity* (1998),  
arXiv:gr-qc/9805018v1
- [21] Max Tegmark, *Is the “theory of everything” merely the ultimate ensemble theory?* (1998),  
arXiv:gr-qc/9704009v2
- [22] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos and S. Kachru, *Predictive Landscapes and New Physics at a TeV* (2005)  
arXiv:hep-th/0501082v1
- [23] L. Susskind, *The Anthropic Landscape of String Theory* (2003)  
arXiv:hep-th/0302219v1
- [24] Raphael Bousso, Joseph Polchinski, *Quantization of Four-form Fluxes and Dynamical Neutralization of the Cosmological Constant* (2000)  
arXiv:hep-th/0004134v3
- [25] *Inflation (cosmology) - Wikipedia, the free encyclopedia*,  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Inflation\\_\(cosmology\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Inflation_(cosmology))
- [26] A. D. Linde, *ETERNALLY EXISTING SELF-REPRODUCING CHAOTIC INFLATIONARY UNIVERSE*, Physics Letters B 175 (1986), pagg. 395-400,  
<http://www.stanford.edu/~alinde/Eternal86.pdf>
- [27] Stephen P. Martin, *A Supersymmetry Primer* (2008),  
arXiv:hep-ph/9709356v5
- [28] Manuel Drees, *An Introduction to Supersymmetry* (1996),  
arXiv:hep-ph/9611409v1
- [29] Friedemann Brandt, *Lectures on Supergravity* (2010),  
arXiv:hep-th/0204035v4
- [30] E. Cremmer, B. Julia, J. Scherk, *Supergravity theory in 11 dimensions*, Physics Letters B 76 (1978), pagg. 409-412,  
[http://www-lib.kek.jp/cgi-bin/img\\_index?7805106](http://www-lib.kek.jp/cgi-bin/img_index?7805106)
- [31] *Supergravity - Wikipedia, the free encyclopedia*,  
<https://en.wikipedia.org/wiki/Supergravity>

- [32] K. S. Stelle, *BPS BRANES IN SUPERGRAVITY* (2009),  
arXiv:hep-th/9803116v3
- [33] M. J. Duff, *SUPERMEMBRANES* (1996), arXiv:hep-th/9611203v2
- [34] John H. Schwarz, *Introduction to Superstring Theory* (2000),  
arXiv:hep-ex/0008017v1
- [35] M. B. Green, J. H. Schwarz, E. Witten, *Superstring Theory*, in 2 vol.,  
Cambridge University Press (1987)
- [36] J. Polchinski, *String Theory*, in 2 vol., Cambridge University Press  
(1998)
- [37] David Tong, *String Theory* (2012), arXiv:0908.0333v3 [hep-th]
- [38] Angel M. Uranga, *Introduction to String Theory*,  
<http://members.ift.uam-csic.es/auranga/firstpage.html>
- [39] Katrin Becker, Melanie Becker, John H. Schwarz, *STRING  
THEORY AND M-THEORY; A MODERN INTRODUCTION*,  
Cambridge University Press (2007)
- [40] Itzhak Bars, Christopher N. Pope, Ergin Sezgin, *MASSLESS  
SPECTRUM AND CRITICAL DIMENSION OF THE  
SUPERMEMBRANE*, Physics Letters B 198 (1987), pagg. 455-460.
- [41] I. Bars, C. N. Pope, *Anomalies in super p-branes*, Classical and  
Quantum Gravity 5 (1988), pagg. 1157-1168.
- [42] Hermann Nicolai, Kasper Peeters, Marija Zamaklar, *Loop quantum  
gravity: an outside view* (2005), arXiv:hep-th/0501114v4
- [43] I. V. Kanatchikov, *Precanonical perspective in quantum gravity* (2000),  
arXiv:gr-qc/0004066v1
- [44] I. V. Kanatchikov, *EHRENFEST THEOREM IN PRECANONICAL  
QUANTIZATION* (2015), arXiv:1501.00480v3 [hep-th]
- [45] I. V. Kanatchikov, *CANONICAL STRUCTURE OF CLASSICAL  
FIELD THEORY IN THE POLY-MOMENTUM PHASE SPACE*  
(1997), arXiv:hep-th/9709229v1