

Un Tentativo per una Teoria del Tutto*

Paolo Fabbri

23 novembre 2017

Sommario

English.

An ultimate non-arbitrary principle is found in Boolean algebra. It generates a quantum theory with local supersymmetry, which does not require renormalization. It nearly suffices to explain all known physical phenomena.

Italiano.

Viene trovato, nell'algebra booleana, un principio ultimo non arbitrario, che genera una teoria quantistica localmente supersimmetrica e non richiede rinormalizzazione. Essa è quasi sufficiente a spiegare tutti i fenomeni fisici noti.

Indice

1	Introduzione	1
2	Una teoria del tutto	5
3	Proprietà della teoria	13

1 Introduzione

In questo paragrafo verranno descritti, in estrema sintesi, alcuni sviluppi teorici della fisica, con riferimenti bibliografici, anch'essi, fortemente sintetizzati. Per chi desiderasse un'esposizione più dettagliata, consiglio di consultare [1].

*<http://pfabbri.interfree.it/toe.pdf>

La fisica finora nota è ottimamente descritta da una teoria (“modello standard”) [2] [4], che si occupa del comportamento e delle interazioni di un numero piuttosto elevato di campi.

Per coerenza con la meccanica quantistica, la teoria classica di questi campi (onde) deve essere sostituita da una che tenga conto della loro natura corpuscolare [2] [3].

Nel costruire una tale teoria, ci si scontra con ostacoli molto seri:

1. Mancanza della derivata temporale di alcuni campi nella densità di lagrangiana. Ciò comporta l’annullarsi di alcuni momenti coniugati, con l’impossibilità di invertire la loro espressione, in favore delle derivate temporali dei campi stesse, da inserire nella hamiltoniana.
2. Ambiguità nell’ordinamento dei fattori nei vari termini della hamiltoniana, in quanto tali fattori possono non commutare. Si noti che, cambiando solo l’ordine dei fattori, è possibile trasformare un operatore in un qualunque altro [5] [1]. Nell’approccio mediante “integrale sui cammini” quest’ambiguità è sostituita da quella sulla “misura” dell’integrale stesso. Entrambe possono essere assorbite nel problema 3 (valore dei parametri “rinormalizzati”).
3. Correzioni infinite al valore efficace dei parametri presenti nella lagrangiana. Ciò costringe a supporre, che i parametri veri (“nudi”) siano anch’essi infiniti e opposti alle correzioni, in modo da compensarle e lasciare, come differenza, il valore efficace osservato sperimentalmente (“rinormalizzazione”). Come correzione, possono però insorgere anche termini, con la loro costante moltiplicativa infinita, non presenti nella lagrangiana originaria. Per essi non sappiamo quanto deve valere il parametro osservabile sperimentalmente. La sua presenza è quindi un punto che la teoria lascia indeterminato. Più sono tali punti, minore è il potere predittivo della teoria stessa, e meno essa è attraente come teoria fondamentale (in quanto viziata da molte arbitrarietà). In certi casi, il numero dei parametri, che rimangono indeterminati, può addirittura essere infinito. Si dice allora, forse impropriamente, che la teoria non è rinormalizzabile. Il modello standard è, in assenza di gravità, manifestamente rinormalizzabile. La gravità non lo è.
4. Ambiguità nella scelta del “regolatore”, uno strumento matematico che rende provvisoriamente finite le grandezze divergenti, permettendo di effettuare la rinormalizzazione. Anche quest’ambiguità può essere assorbita nel problema 3.

5. Possibile assenza, nella teoria quantistica, delle simmetrie presenti classicamente, col conseguente venir meno di principi in cui crediamo, quali l'invarianza di Lorentz e quelle di gauge.

Apparentemente, queste difficoltà, ad eccezione della non rinormalizzabilità della gravità, sono state risolte. Il fatto che una teoria non sia rinormalizzabile (o gli equivalenti problemi che non si possano superare le ambiguità di ordinamento, della misura nell'integrale sui cammini, o di scelta del regolatore) implica che la teoria sia ben definita per energie delle particelle sufficientemente basse, ovvero per processi che coinvolgono lunghezze caratteristiche sufficientemente grandi. In tali regimi, il limite classico della teoria è sufficiente per dettare anche il comportamento quantistico. Rimane invece incognito quanto accade alle alte energie o piccole distanze.

Si pone dunque il problema di trovare una teoria quantistica completa della gravitazione. Si pone inoltre il problema di unificare i molti campi del modello standard.

Cominciamo dal secondo problema.

Generalizzando le simmetrie di gauge interno del modello standard ad una che le includa come caso particolare, è possibile unificare i campi di gauge interno. Anche i campi leptonici vengono unificati ai campi associati ai quark.

Questo quadro prende il nome di “grande unificazione” [4].

L'unificazione di tutti i campi, in un'unica entità, è più difficile, ed è detta “superunificazione”.

Iniziamo col cercar di legare anche la gravità agli altri campi di gauge.

La strada più promettente è ipotizzare che essa sia l'unico campo di gauge realmente esistente, ma che le dimensioni dello spazio-tempo siano in numero maggiore delle quattro conosciute. Le dimensioni in eccesso non vengono osservate, perchè, nelle direzioni lungo di esse, lo spazio-tempo si incurva a formare un sottospazio di estensione piccolissima (“spazio interno”). Solo lungo quattro direzioni, lo spazio-tempo si estende all'infinito o quasi. Si pensi, come esempio, ad uno spazio bidimensionale, chiuso su se stesso a formare la superficie di un cilindro indefinito. Se la circonferenza, base del cilindro, ha raggio sufficientemente piccolo, il cilindro ci appare come una retta, unidimensionale anzichè bidimensionale.

Nel passaggio alla configurazione descritta (“compattificazione” o “riduzione dimensionale”), alcune delle componenti del campo gravitazionale si distinguono da esso, e vanno a formare campi di gauge d'altro tipo, le cui simmetrie dipendono dalle simmetrie dello spazio interno. Le componenti che si distinguono sono quelle che hanno un indice corrispondente alle direzioni dello spazio interno. Esse ci appaiono, dal punto di vista quadridimensionale,

come vettori. Nel processo, si distinguono anche le componenti che hanno entrambi gli indici lungo le direzioni interne. Esse ci appaiono come scalari, e possono originare campi di Higgs, inflatonici, o altro.

Può sembrare improbabile, che l'universo abbia assunto la forma di un filamento così lungo e sottile, ma se un filamento, di ridotte dimensioni, si è formato, per fluttuazione casuale, all'origine dell'universo, in esso sarebbero valse le leggi fisiche quadridimensionali note. Perciò, esso si sarebbe espanso, fino alle dimensioni attuali, nel modo che conosciamo.

Per ora, l'unica variabile, del meccanismo descritto (detto "di Kaluza-Klein") [16] [6] [7], è la forma dello spazio interno. Essa può, già, dare origine a svariate possibilità, ma, a ciò, si aggiungono anche altre entità: "brane", "flussi". Esse fanno sì, che il numero di risultati possibili sia enorme, e, praticamente, qualunque teoria quadridimensionale possa essere ottenuta. Poichè il modello standard ha alcune proprietà, a prima vista poco probabili, e necessarie per l'esistenza della vita, si pensa che un gran numero di bolle di universo si siano formate, e continuino a formarsi, per fluttuazione casuale, ciascuna con le sue leggi fisiche apparenti, e che noi abitiamo una delle poche compatibili con la vita ("principio antropico") [22] [8] [9] [10]. La continua formazione delle bolle, e la loro successiva espansione, da regioni di dimensioni microscopiche a regioni enormi, che ci appaiono come universi distinti, è in accordo con le leggi fisiche e con la teoria dell'"inflazione" [11], che pare confermata da certi esperimenti.

Rimangono da unificare, al campo gravitazionale, i campi fermionici. L'unificazione si completa, introducendo una simmetria ("supersimmetria") [12] [13], che trasforma fermioni in bosoni e viceversa. Quando essa è resa locale, si scopre, che forma un'unica simmetria con i cambiamenti di coordinate (non può esistere da sola). Pertanto, il campo di gravità è una componente del suo campo di gauge. Quest'ultimo ha anche una componente fermionica, le cui particelle sono dette "gravitini". È notevole il fatto, che la supersimmetria non introduca un nuovo campo di gauge, che non si sa come unificare alla gravità, ma vada a sposarla in modo naturale.

La supersimmetria locale è detta "supergravità" [12] [14] [15], e la particella associata al suo campo di gauge, con tutte le sue componenti, "supergravitone".

Quando si compattifica la supergravità, oltre ai campi bosonici già citati, si generano anche, per la presenza dei gravitini, campi fermionici, che possono render conto dei fermioni, esistenti nel modello standard.

La grande unificazione e la superunificazione producono, come gli effetti quantistici non fissati dal limite classico, fenomeni nuovi alle alte (o altissime) energie, mentre alle basse è valido il modello standard.

Un'apparente debolezza, di questo quadro, è che il numero delle dimensioni dello spazio-tempo è un parametro arbitrario della teoria. Inoltre, anche la supergravità non è manifestamente rinormalizzabile.

Gli approcci a me noti, che tentano di affrontare il problema della non rinormalizzabilità, sono la teoria “delle stringhe” [16] [17] [18], la gravità quantistica “a loop” [19] e la quantizzazione “precanonica” [20] [21]. Nei paragrafi che seguono, tenteremo una via alternativa, che ha molti punti di contatto con [23] [24] [25].

2 Una teoria del tutto

Da quanto detto, appare che la supersimmetria locale e il fatto che la teoria debba essere quantistica sono principi abbastanza ben consolidati, e sufficienti per spiegare tutti i fenomeni fisici noti. Non sappiamo invece nulla di quale specifica teoria quantistica localmente supersimmetrica si debba scegliere (cioè degli effetti quantistici di alta energia). Si può essere tentati di cercare tale teoria imponendo, su di essa, solo questi due principi. Purtroppo essi sono, in un certo senso, cinematici: una legge di simmetria e una che ci dice come debbono essere descritti ed interpretati gli stati. Senza l'introduzione di un principio “dinamico”, si tende ad ottenere, anziché una teoria “del tutto”, una teoria del nulla, in cui ogni cosa è possibile e non vi è alcuna legge che regola l'accadere degli eventi, in palese contrasto con l'esperienza.

D'altra parte, fissare una legge, che vada oltre i due principi citati, rischia di essere arbitrario: non sembra esserci un criterio per scegliere tra le infinite leggi possibili.

Il suggerimento di questo articolo è cercare questa legge non nella fisica, ma nella matematica. Indubbiamente, il principio che ci interessa realizzerà una struttura matematica. Spogliando le strutture matematiche di ogni significato che usualmente attribuiamo loro, e considerando solo le loro proprietà intrinseche e astratte, ne esiste una, tra le infinite possibili, che non sia arbitraria?

La risposta è affermativa: l'algebra booleana. Essa si basa su alcuni assiomi, e non necessita, per dimostrare la verità o la falsità di qualunque affermazione, che ne vengano introdotti altri. Viceversa, tutte le altre strutture matematiche hanno bisogno dell'algebra booleana, e sono costruite aggiungendo ad essa nuovi simboli e assiomi.

Si sottolinea, che le strutture, che sono state introdotte e studiate nella matematica, sono interessanti per ragioni intrinseche, indipendentemente dal significato fisico, antropologico, o altro, che siamo abituati ad attribuire

loro. Pertanto, il ruolo privilegiato dell'algebra booleana è oggettivo e non convenzionale.

Il soggetto delle strutture matematiche è ben introdotto in [22]. A tale trattazione ci conformeremo nelle righe che seguono.

Si definisce “sistema formale” un'entità costituita da:

1. Un insieme di simboli.
2. Un insieme di regole per determinare quali successioni di simboli costituiscono una formula ben definita (well-formed formula (WFF)).
3. Un insieme di regole per determinare quali WFF sono teoremi.

L'algebra booleana è un sistema formale, i cui simboli sono: “ \sim ” (usualmente pronunciato “non”), “ \vee ” (usualmente pronunciato “o”), “(”, “)” e un certo numero di lettere: “ x ”, “ y ”, \dots , chiamate “variabili”.

Le regole per determinare quali espressioni sono WFF sono:

1. Una singola variabile è una WFF.
2. Se S e T sono WFF, anche $(\sim S)$ e $(S \vee T)$ lo sono.

Le regole per riconoscere quali WFF sono teoremi consistono in un insieme di WFF considerate teoremi e chiamate “assiomi”, e in un insieme di regole per ricavare nuovi teoremi dagli assiomi.

Gli assiomi sono:

1. $((x \vee x) \Rightarrow x)$
2. $(x \Rightarrow (x \vee y))$
3. $((x \vee y) \Rightarrow (y \vee x))$
4. $((x \vee y) \Rightarrow ((z \vee x) \Rightarrow (z \vee y)))$

dove il simbolo “ \Rightarrow ” (usualmente letto “implica”) è solo un'abbreviazione: $S \Rightarrow T$ significa $(\sim S) \vee T$.

Le regole per ricavare nuovi teoremi sono:

1. Se S è una WFF e T è un teorema contenente una variabile, l'espressione ottenuta sostituendo tale variabile con S è un teorema.
2. Se $(S \Rightarrow T)$ è un teorema e S è un teorema, anche T è un teorema.

Tutti i teoremi dell'algebra booleana si ricavano da queste regole, e, aggiungendo simboli, assiomi e regole, si possono ottenere tutti i teoremi di tutte le strutture che la matematica ha introdotto: gruppi, insiemi, numeri naturali,

I simboli “ \wedge ” (pronunciato “e”) e “ \equiv ” (“è equivalente a”) sono abbreviazioni: $S \wedge T$ significa $\sim ((\sim S) \vee (\sim T))$, mentre $S \equiv T$ significa $(S \Rightarrow T) \wedge (T \Rightarrow S)$.

1 (pronunciato “vero”) è un'abbreviazione per $(x \vee (\sim x))$. 0 (pronunciato “falso”) è abbreviazione per (~ 1) .

L'algebra booleana può essere formulata con ancor meno simboli di quelli che abbiamo utilizzato, introducendo il simbolo “ \uparrow ” ed interpretando “ $\sim S$ ” e “ $S \vee T$ ” come abbreviazioni per “ $S \uparrow S$ ” e “ $(S \uparrow S) \uparrow (T \uparrow T)$ ”.

Conoscendo la tavola di verità degli operatori “ \sim ” e “ \vee ”, si ricava quella di “ \uparrow ”. Il fatto che $(x \uparrow x)$ significhi $(\sim x)$ ci dà gli elementi diagonali della tavola di $(x \uparrow y)$, dove $(x \equiv y)$. Noti quindi $(z \uparrow z)$ e $(t \uparrow t)$, che indichiamo rispettivamente con x e y , il fatto che $(x \uparrow y)$ significhi $(z \vee t)$ ci dà tutta la tavola di $(x \uparrow y)$:

\uparrow	0	1
0	1	1
1	1	0

Questa tavola di verità è equivalente ai quattro assiomi che abbiamo enunciato. Possono esistere altri singoli operatori, che abbiano in sè tutte le informazioni sull'algebra booleana?

Affinchè un operatore “ \downarrow ” abbia questa proprietà, si dovrà, con esso, poter realizzare qualunque tavola di verità.

Si consideri una funzione f di x ed y , e si voglia che essa valga 1, quando x ed y valgono 0. f sarà una successione di un certo numero di x ed y , separati da segni \downarrow e parentesi. Poichè gli x ed y sono tutti 0, se $(0 \downarrow 0)$ valesse 0, tutte le operazioni all'interno di f darebbero degli 0, che sarebbero argomenti di altre operazioni assieme ad altri 0, e sempre si genererebbero solo degli 0. Dunque f varrebbe 0. Perchè f possa valere 1, $(0 \downarrow 0)$, ovvero la casella in alto a sinistra della tavola di verità di \downarrow dovrà essere 1.

Analogamente, si dimostra che, affinchè f possa valere 0, quando x ed y sono 1, la casella in basso a destra deve essere 0.

Rimangono le due caselle fuori dalla diagonale principale. Se esse avessero due valori diversi, la tavola si ridurrebbe a una riga tutta di 1 e una tutta di 0, oppure una colonna tutta di 1 e una tutta di 0. f diverrebbe indipendente da una delle due variabili, e si ridurrebbe a $(\sim x)$ oppure $(\sim y)$. Chiaramente, l'operatore \sim , da solo, non è sufficiente a contenere tutta l'algebra booleana (ha bisogno anche di \vee).

Dunque, i due valori non diagonali devono essere uguali. Se fossero due 1 si riavrebbe la tavola di \uparrow . Inserendovi invece due 0, si ottiene un nuovo operatore con le proprietà che cerchiamo. Infatti esso è sufficiente per scrivere le espressioni $(\sim x)$ e $(x \vee y)$, che risultano date, rispettivamente, da $(x \downarrow x)$ e $((x \downarrow y) \downarrow (x \downarrow y))$:

$$\begin{array}{c|cc} \downarrow & 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{array}$$

Questa tavola di verità, o, equivalentemente, quella di \uparrow , sono il mattone fondamentale di tutta la matematica. Lo saranno anche di tutta la fisica?

Concentrandoci, provvisoriamente, solo su \uparrow , la sua tavola ci dice che esistono delle entità che possono trovarsi in due stati (0 o 1). Rappresentiamo queste entità con dei punti (vertici) (fig. 1a). La tavola di verità accoppia, a due a due, queste entità (valore di x e valore di y), assegnando, a ciascuna coppia, un nuovo stato (valore di $(x \uparrow y)$). Rappresentiamo le coppie con un segmento (spigolo) che congiunge due punti (fig. 1b). La struttura così ottenuta prende il nome di “grafo”, e ha l’aspetto di uno spazio fisico discretizzato, in cui i vertici sono i punti dello spazio, e gli spigoli indicano relazione di contiguità tra i due punti che vengono uniti. Un grafo opportunamente scelto può approssimare qualunque spazio: di qualunque numero di dimensioni, topologia e curvatura.

La tavola di verità ha poi l’aspetto di una evoluzione temporale discreta, in cui, ad ogni passo temporale, una coppia viene convertita in un nuovo vertice. Lo stato $(x \uparrow y)$ del nuovo vertice è dato dalla tavola in funzione di quelli x e y dei due vertici della coppia (fig. 1c). Al nuovo vertice saranno connessi tutti gli spigoli che si dipartivano dai due vertici della coppia, eccetto quello che univa i due vertici stessi.

Ad ogni passo, la coppia da convertire verrà scelta, tra tutte quelle del grafo, con una certa ampiezza di probabilità, che, volendo che lo spazio sia omogeneo, non dovrà dipendere da dove è collocata la coppia. Potrà invece dipendere dalla particolare coppia, tra quelle previste dalla tavola di verità. La scelta più semplice è ipotizzare che le quattro ampiezze siano uguali. In questo modo, però, non si avrebbero fenomeni di interferenza distruttiva. Occorre, pertanto, attribuire una fase alle ampiezze. La scelta più simmetrica è suddividere la fase totale 2π equamente tra le quattro possibilità e proporre, a meno di una fase complessiva ininfluyente e di una costante moltiplicativa da assorbire nella normalizzazione, le seguenti ampiezze:

$$\begin{array}{c|cc} & 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 & i \\ 1 & -i & -1 \end{array}$$

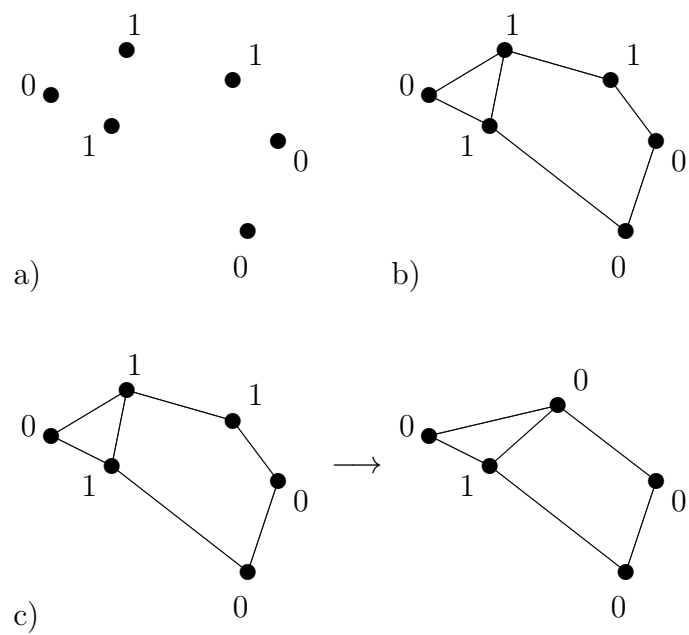


Figura 1: a) Alcuni vertici coi loro stati. b) Accoppiamento dei vertici mediante spigoli. c) Una transizione elementare.

Anche scambiare i e $-i$ sarebbe ininfluente, traducendosi nel sostituire la funzione d'onda con la sua complessa coniugata, e lasciando quindi invariato il suo modulo quadro.

Si noti che la simmetria della tavola può fissare le ampiezze, perchè le possibilità sono solo quattro. Con più tipi di transizioni possibili, vi sarebbe imbarazzo nell'assegnare questi valori.

La successione di tante di queste transizioni elementari, produrrà una successione di spazi fisici, cioè uno spazio-tempo. Ad ogni spazio-tempo, che può essere costruito in questo modo, sarà assegnata un'ampiezza di probabilità, data dal prodotto delle ampiezze di tutte le transizioni elementari che lo hanno generato. Si noti che, invertendo l'ordine di due transizioni elementari, non è detto che si produca lo stesso risultato. Pertanto, gli spazi-tempo possibili sono più d'uno, dipendendo dall'ordine in cui si sono realizzate le transizioni.

Data una configurazione iniziale Γ dello spazio, e una configurazione finale, dopo un certo tempo, Γ' , la somma delle ampiezze di tutti gli spazi-tempo, nei quali uno stato Γ evolve in Γ' , darà un'ampiezza per tale evoluzione. Note le ampiezze associate a tutti i Γ' , esse potranno essere normalizzate, permettendo di calcolare correttamente le probabilità.

Il numero dei passi elementari, necessari per costruire uno spazio-tempo, in generale, è infinito. Ciò per due motivi: è infinita l'estensione temporale dello spazio-tempo, e può essere infinita la sua estensione spaziale (richiedendo un numero infinito di passi per far evolvere di un passo una regione completa). Pertanto, il numero totale degli spazi-tempo è, in generale, infinito, e potrebbero esserci dei problemi per normalizzare le ampiezze di evoluzione. In realtà, noi siamo, di regola, interessati a ciò che accade in una regione finita, limitata nel tempo e nello spazio. E, di regola, quanto avviene al di fuori di questa regione non influisce sui fenomeni che vi accadono all'interno. Se, dunque, calcoliamo i processi a cui siamo interessati, troncando, ad un valore L , l'estensione dello spazio-tempo, e, successivamente, facciamo il limite per $L \rightarrow \infty$, si dovrebbe ottenere un risultato univoco.

In un grafo arbitrario, data una coppia con un vertice nello stato 0 e uno nello stato 1, non vi è modo di capire se essa va interpretata come $(x \equiv 0)$ e $(y \equiv 1)$ oppure $(x \equiv 1)$ e $(y \equiv 0)$. E, nei due casi, le ampiezze sono diverse.

Si rende dunque necessario dotare di frecce gli spigoli (fig. 2), in modo che sia chiaro in che verso va letta una coppia. Dunque, lo stato del sistema è caratterizzato, oltre che da quello dei vertici, e dalle loro connessioni, dal verso di tali connessioni. Cioè anche gli spigoli possono trovarsi in due stati.

La teoria che stiamo costruendo, per ora, non è invariante per inversione dell'asse temporale, inoltre, il numero dei vertici, cioè l'estensione dello spazio, si riduce sistematicamente al trascorrere del tempo. Entrambi questi

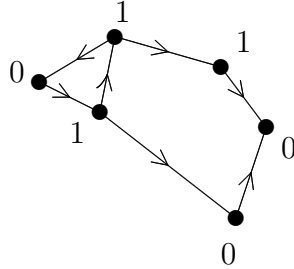


Figura 2: Imposizione di frecce agli spigoli.

problemi si possono risolvere, aggiungendo, all'insieme delle transizioni elementari, le loro inverse, in cui un vertice si trasforma in una coppia, connessa da uno spigolo. I due possibili versi di questo spigolo, tutti i diversi modi di distribuire, tra i due vertici della coppia, gli spigoli che incidono sul vertice originario, e, quando la tavola di verità lo permette, i diversi possibili stati dei nuovi vertici sono da considerare transizioni elementari distinte, tra cui l'evoluzione può scegliere, ciascuna con la propria ampiezza di probabilità.

Per preservare l'invarianza per inversione temporale, tali ampiezze saranno uguali a quelle, già introdotte, per le corrispondenti transizioni opposte.

L'aggiunta di queste nuove transizioni rende più ricca la gamma delle possibili evoluzioni del sistema, permettendo di raggiungere, da un grafo qualunque, un qualunque altro.

Le transizioni, che abbiamo introdotto, permettono anche di generare connessioni multiple tra due vertici (fig. 3a), pertanto, anche grafi contenenti tali connessioni andranno inclusi tra i possibili stati del sistema. Il fatto che i diversi spigoli, che uniscono due vertici, possano avere versi opposti, implica che essi non possano essere sostituiti da un singolo spigolo, al quale non si saprebbe che verso assegnare.

Una volta introdotte le connessioni multiple, è anche possibile realizzare connessioni di un vertice con se stesso (fig. 3b). Anche di esse si dovrà tener conto, nel definire i possibili stati del sistema.

Un vertice con una tale connessione andrà poi equiparato ad una coppia, in cui gli stati dei due vertici coincidono. Essa potrà evolvere in un singolo vertice, in cui la connessione con se stesso sparisce, e il cui stato è determinato, mediante la tavola di verità, dai due, uguali, di partenza. Anche la transizione opposta, in cui un vertice genera una connessione con se stesso, andrà considerata.

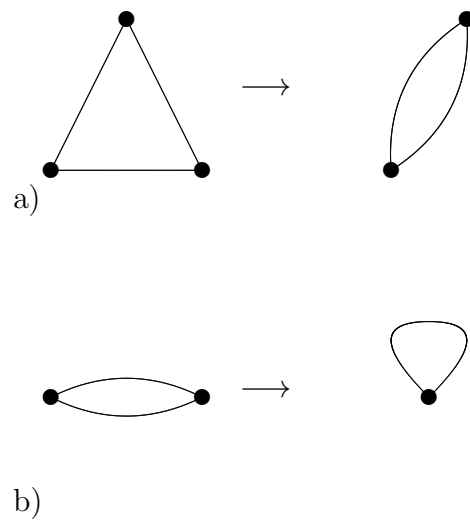


Figura 3: a) Transizione ad una connessione multipla. b) Transizione ad una connessione di un vertice con se stesso. (Non sono stati indicati gli stati dei vertici e degli spigoli.)

Il numero di spigoli che si dipartono da un vertice può andare da 1 a qualunque intero positivo. Un numero di spigoli nullo, cioè un vertice isolato, non avrebbe modo di interagire col resto del grafo, e, come qualunque porzione di grafo isolata, può non essere preso in considerazione.

L'ultima cosa, a cui prestare attenzione, è che finora abbiamo usato solo la tavola di verità di \uparrow . L'uso di \downarrow realizzerebbe una teoria analoga, ma non identica. Ipotizzeremo che l'universo possa trovarsi in due stati, uno per ognuna di queste due teorie, e che il suo stato generale sia una combinazione lineare di questi due. Poichè questi due stati non interagiscono tra loro e i coefficienti della combinazione lineare non variano nel tempo, la loro introduzione potrebbe sembrare inutile. Vedremo, invece, che ha importanti conseguenze.

3 Proprietà della teoria

Come già abbiamo accennato, un grafo opportunamente scelto può approssimare uno spazio con qualunque numero di dimensioni, e poichè da qualunque grafo si può passare a qualunque altro, sono permesse, nella nostra teoria, transizioni dinamiche da un numero di dimensioni a un altro. Ciò risolve il problema dell'arbitrio nella scelta di tale numero: esso non è fissato, ma varia con l'evoluzione del sistema. In realtà, in un grafo arbitrario, esso può non essere nemmeno ben definito, ma essere presenti regioni più simili ad uno spazio con un certo numero di dimensioni, regioni più vicine a spazi con un altro numero di dimensioni, e regioni ambigue. Addirittura, il grafo può non sembrare nemmeno uno spazio. Solo se, per fluttuazione casuale, si realizzano configurazioni opportune ("vuoti" opportuni), lo stato del sistema sarà interpretabile come uno spazio con un dato numero di dimensioni.

Quando ciò si realizza, tale numero gode di una forte stabilità, perchè, per modificarlo, è necessario un gran numero di transizioni elementari, tutte ordinate secondo un certo schema. La fig. 4 mostra le transizioni necessarie, per trasformare un quadrato, interpretabile come elemento di superficie di uno spazio bidimensionale, in un segmento, interpretabile come elemento di lunghezza di uno spazio unidimensionale. Tale processo va ripetuto per tutti i quadrati che costituiscono lo spazio bidimensionale. Solo quando uno spazio è molto piccolo (costituito da pochi elementi), come prima della fase di inflazione, la transizione potrà avvenire. (Uno spazio bidimensionale reale avrebbe una struttura più disordinata, e senza direzioni privilegiate, di una griglia di quadrati.)

L'evoluzione del sistema è chiaramente influenzata solo dalla struttura intrinseca del grafo, indipendentemente dalle eventuali coordinate, che pos-

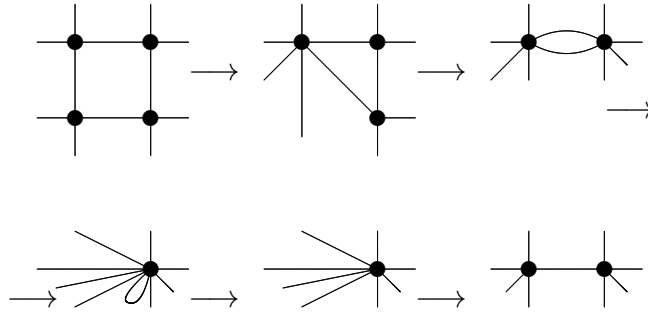


Figura 4: Passaggio da una configurazione bidimensionale a una unidimensionale.

sono essere assegnate per descrivere macroscopicamente lo spazio fisico. Tali coordinate possono essere cambiate a piacere, o, equivalentemente, si può deformare il grafo, mantenendone però la topologia, e la teoria rimarrebbe immutata. Essa gode quindi di simmetria per diffeomorfismi (cambiamenti di coordinate) nello spazio. Godrà anche di simmetria per diffeomorfismi nello spazio-tempo?

Nelle fig. 5, il tempo cresce verso l'alto. Ogni linea rappresenta una porzione di un grafo. Le aree racchiuse da più linee corrispondono a delle transizioni elementari. La parte superiore del loro perimetro è la parte di grafo che la transizione aggiunge al grafo precedente, mentre la parte inferiore viene rimossa.

Le stesse transizioni elementari possono essere applicate sia alla linea in grassetto di fig. 5a, sia a quella di fig. 5b, sia a quella di fig. 5c, ..., giungendo a costruire lo stesso spazio-tempo. Tutte tali linee possono quindi rappresentare spazi a tempo fissato. Vi è dunque, nella scelta della coordinata temporale, la stessa libertà che vi è nella relatività generale. Inoltre, se si scegliesse la linea in grassetto di fig. 5d, l'area A non corrisponderebbe a una transizione ammessa. Vi è quindi un limite all'inclinazione degli spazi a tempo fissato, come se vi fosse un cono luce e le distanze temporali fossero immaginarie.

Pare dunque, che la nostra teoria goda di tutte le simmetrie della relatività generale, e, addirittura, spieghi perchè il tempo è diverso dalle altre coordinate, e perchè vi è una sola coordinata temporale.

La teoria è inoltre "causale", cioè non vi è la possibilità, difficile da esclu-

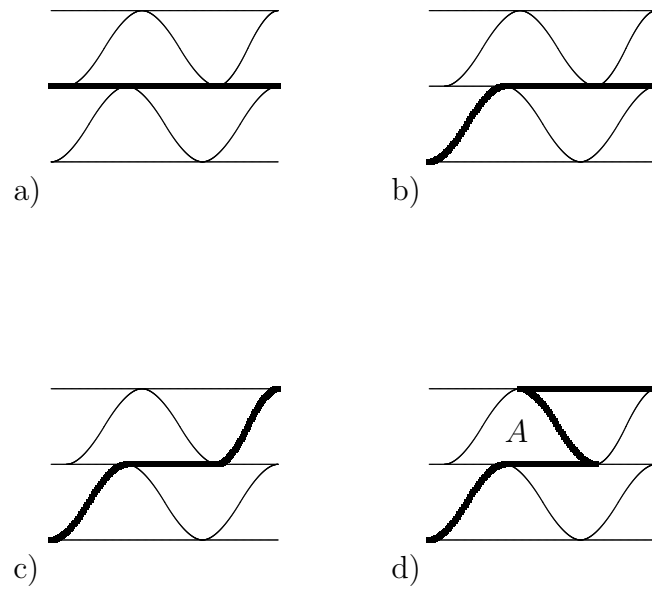


Figura 5: Diversi spazi equitemporali. a), b), c) permessi; d) proibito.

dere a livello classico [27] [28] [29], di viaggiare indietro nel tempo. Tale possibilità si realizza quando vi sono, nello spazio-tempo, linee chiuse di tipo tempo, che richiedono che, a un certo istante e in un qualche punto, una direzione dello spazio diventi di tipo tempo. Nella nostra teoria, le distanze lungo una data curva possono essere misurate dal numero di spigoli che la compongono. In alternativa, il volume di una regione può essere valutato dal numero di vertici che contiene. In ogni caso, mai la metrica dello spazio diverrà di tipo tempo.

La teoria è anche “locale”, cioè ogni transizione elementare modifica il grafo solo in prossimità di un vertice. Non è però “ultralocale”, cioè esistono transizioni che fanno interagire tra loro più vertici.

È chiaro inoltre, che, data la discretezza del processo di evoluzione, non vengono generate divergenze, a parte quelle, che abbiamo visto come correggere, dovute all’infinità del tempo e dello spazio. Non vi è quindi necessità di rinormalizzazione: la discretezza dello spazio pone un taglio alle alte frequenze.

Vediamo, infine, una proprietà, che appare sorprendente.

La nostra teoria resta invariata se, contemporaneamente, si invertono gli stati di tutti i vertici (cioè si scambiano tutti gli 0 con tutti gli 1), i versi di tutti gli spigoli, e si scambiano \uparrow e \downarrow . Un ulteriore scambio ripristina la situazione originaria.

Le soluzioni della teoria si presentano dunque in due stati, che indichiamo

$$\begin{pmatrix} |\xi\rangle \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ |\xi\rangle \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Gli operatori

$$b = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad b^\dagger = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

scambiano tra loro questi due stati, e hanno tutte le proprietà di operatori di creazione-annichilazione fermionici. In particolare, sono l’uno lo hermitiano coniugato dell’altro, e

$$\{b, b\} = \{b^\dagger, b^\dagger\} = 0 \quad (3)$$

$$\{b, b^\dagger\} = 1, \quad (4)$$

dove la parentesi indica l’anticommutatore. Nel limite classico, b e b^\dagger si ridurranno a grandezze “di Grassmann”, cioè tra loro anticommutanti.

Si consideri l’operatore

$$\hat{G}_\sigma(k) = \begin{pmatrix} \hat{g}_\sigma(k) & \hat{\psi}_\sigma(k) \\ -\hat{\psi}_\sigma(k) & -\hat{g}_\sigma(k) \end{pmatrix}, \quad (5)$$

dove g indica il campo di gravità e gli eventuali altri campi bosonici, σ lo stato di polarizzazione, k il vettore d'onda, e il segno “^” l'ampiezza (grosso modo la trasformata di Fourier) del campo. ψ è un ulteriore campo, che, essendo

$$\begin{pmatrix} 0 & \hat{\psi}_\sigma(k) \\ -\hat{\psi}_\sigma(k) & 0 \end{pmatrix} = \hat{\psi}_\sigma(k)(b^\dagger - b), \quad (6)$$

avrà natura fermionica.

Si consideri, inoltre, l'operatore

$$Q = b + b^\dagger, \quad (7)$$

che manda i due stati (1) l'uno nell'altro.

La teoria è simmetrica per la trasformazione globale generata da Q , cioè per

$$\delta \begin{pmatrix} |\xi\rangle \\ |\eta\rangle \end{pmatrix} = \frac{1}{i\hbar} Q \begin{pmatrix} |\xi\rangle \\ |\eta\rangle \end{pmatrix} \varepsilon \quad (8)$$

(con un certo ε infinitesimo), che equivale a

$$\delta \hat{G}_\sigma(k) = \frac{1}{i\hbar} [\hat{G}_\sigma(k), Q] \varepsilon = \frac{2\varepsilon}{i\hbar} \begin{pmatrix} \hat{\psi}_\sigma(k) & \hat{g}_\sigma(k) \\ -\hat{g}_\sigma(k) & -\hat{\psi}_\sigma(k) \end{pmatrix}, \quad (9)$$

ovvero

$$\delta \hat{g}_\sigma(k) = \frac{2\varepsilon}{i\hbar} \hat{\psi}_\sigma(k) \quad (10)$$

$$\delta \hat{\psi}_\sigma(k) = \frac{2\varepsilon}{i\hbar} \hat{g}_\sigma(k). \quad (11)$$

La (10) e la (11) cambiano bosoni in fermioni e viceversa. Sono, quindi, trasformazioni di supersimmetria globale. Così, la nostra teoria gode di supersimmetria globale, e ψ , il “superpartner” di g , è da interpretarsi come un campo di gravitino.

Poichè la teoria ha anche la simmetria locale per diffeomorfismi, che genera l'interazione gravitazionale, affinché la supersimmetria globale sia mantenuta anche nei termini di interazione, debbono essere presenti anche le interazioni della supergravità, cioè la supersimmetria deve essere locale.

Abbiamo quindi trovato, che la nostra teoria ha tutte le proprietà, che, avevamo detto, sono sufficienti per spiegare i fenomeni fisici noti. In realtà, se, per esempio, consideriamo solo il campo di gravità, il fatto, che vi sia simmetria per diffeomorfismi, implica che, nel limite classico, la densità di lagrangiana possa essere scritta

$$\mathcal{L} = \sqrt{-g}(\alpha_1 + \alpha_2 R + \alpha_3 R_{;\mu}^\mu + \alpha_4 R^{\mu\nu\sigma\rho} R_{\mu\nu\sigma\rho} + \dots), \quad (12)$$

che contiene, con opportuni coefficienti, tutti i termini ottenuti dal prodotto, con indici contratti in qualunque modo, di curvatures di Riemann e loro derivate covarianti.

Per spiegare i fenomeni noti, occorre che α_2 non sia nullo. Gli altri termini, eccetto α_1 , rappresentano correzioni di ordine superiore (trascurabili a bassa energia).

α_1 è una costante cosmologica, che, qualunque valore assuma, può essere ricondotta a quello osservato, scegliendo opportunamente, tra i tanti, il “vuoto” che si genera per compattificazione o “rottura di simmetria” [8] [9] [10].

Per altro, il valore di α_1 e α_2 può essere assorbito nella definizione delle unità di misura [30].

Saremmo molto sfortunati se, tra tutti gli infiniti termini della (12), proprio α_2 si annullasse. Tuttavia, per essere certi che la teoria sia corretta, bisognerebbe dimostrare che ciò non accade. Io temo che questo possa essere fatto solo per via numerica, e che le nostre possibilità di calcolo siano enormemente insufficienti allo scopo.

Per questa ragione la teoria, che abbiamo esposto, rappresenta solamente un tentativo.

Riferimenti bibliografici

- [1] Paolo Fabbri, *Concetti Introduttivi alla Teoria delle Stringhe* (2017), <http://pfabbri.interfree.it/string.pdf>
- [2] F. Mandl and G. Shaw, *QUANTUM FIELD THEORY*, John Wiley & Sons (1984).
- [3] V. Parameswaran Nair, *Quantum Field Theory; A Modern Perspective*, Springer (2005).
- [4] G. Börner, *The Early Universe; Facts and Fiction*, Springer-Verlag (1988)
- [5] Karel V. Kuchař, *Canonical quantum gravity* (1993), arXiv:gr-qc/9304012v1 (pagg. 15 e 16)
- [6] Chris Pope, *Kaluza-Klein Theory*, <http://faculty.physics.tamu.edu/pope/ihplec.pdf>
- [7] J. M. Overduin, P. S. Wesson, *Kaluza-Klein Gravity* (1998), arXiv:gr-qc/9805018v1

- [8] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos and S. Kachru, *Predictive Landscapes and New Physics at a TeV* (2005)
arXiv:hep-th/0501082v1
- [9] L. Susskind, *The Anthropic Landscape of String Theory* (2003)
arXiv:hep-th/0302219v1
- [10] Raphael Bousso, Joseph Polchinski, *Quantization of Four-form Fluxes and Dynamical Neutralization of the Cosmological Constant* (2000)
arXiv:hep-th/0004134v3
- [11] A. D. Linde, *ETERNALLY EXISTING SELF-REPRODUCING CHAOTIC INFLATIONARY UNIVERSE*, Physics Letters B 175 (1986), pagg. 395-400,
<http://www.stanford.edu/~alinde/Eternal86.pdf>
- [12] Robindra N. Mohapatra, *Unification and Supersymmetry; The frontiers of Quark-Lepton Physics*, Springer-Verlag (1986)
- [13] Stephen P. Martin, *A Supersymmetry Primer* (2008),
arXiv:hep-ph/9709356v5
- [14] Friedemann Brandt, *Lectures on Supergravity* (2010),
arXiv:hep-th/0204035v4
- [15] E. Cremmer, B. Julia, J. Scherk, *Supergravity theory in 11 dimensions*, Physics Letters B 76 (1978), pagg. 409-412,
http://www-lib.kek.jp/cgi-bin/img_index?7805106
- [16] John H. Schwarz, *Introduction to Superstring Theory* (2000),
arXiv:hep-ex/0008017v1
- [17] M. B. Green, J. H. Schwarz, E. Witten, *Superstring Theory*, in 2 vol., Cambridge University Press (1987)
- [18] Katrin Becker, Melanie Becker, John H. Schwarz, *STRING THEORY AND M-THEORY; A MODERN INTRODUCTION*, Cambridge University Press (2007)
- [19] Hermann Nicolai, Kasper Peeters, Marija Zamaklar, *Loop quantum gravity: an outside view* (2005), arXiv:hep-th/0501114v4
- [20] I. V. Kanatchikov, *Precanonical perspective in quantum gravity* (2000),
arXiv:gr-qc/0004066v1

- [21] I. V. Kanatchikov, *EHRENFEST THEOREM IN PRECANONICAL QUANTIZATION* (2015), arXiv:1501.00480v3 [hep-th]
- [22] Max Tegmark, *Is the “theory of everything” merely the ultimate ensemble theory?* (1998), arXiv:gr-qc/9704009v2
- [23] Fotini Markopoulou, Lee Smolin, *Causal evolution of spin networks* (1997), arXiv:gr-qc/9702025v1
- [24] Fotini Markopoulou, *Dual formulation of spin network evolution* (1997), arXiv:gr-qc/9704013v1
- [25] Fotini Markopoulou, Lee Smolin, *Quantum geometry with intrinsic local causality* (1997), arXiv:gr-qc/9712067v1
- [26] Ted Jacobson, *Thermodynamics of Spacetime: The Einstein Equation of State* (1995), arXiv:gr-qc/9504004v2
- [27] John Gribbin, *Costruire la macchina del tempo*, Aporie (Roma) (1994).
- [28] Frank J. Tipler, *Rotating cylinders and the possibility of global causality violation*, Physical Review D 9 (1974), pagg. 2203-2206.
- [29] Matt Visser, *The quantum physics of cronology protection* (2002), arXiv:gr-qc/0204022v2
- [30] Paolo Fabbri, *UN APPROCCIO MANIFESTAMENTE COVARIANTE ALLA TEORIA QUANTISTICA DEI CAMPI* (2016), <http://pfabbri.interfree.it/covar.pdf> (pagg. 8 e 9)